සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1997 අගෝස්තු (නව නිර්දේශය)
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1997 ஓகஸ்ற் (புதிய பாடத்திட்டம்)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1997. ***(New Syllabus)***

ගණිතය II
கணிதம் II
Mathematics II

07	
S	II

පැ. තුනයි / மூன்று மணி / *Three hours*

ප්‍රශ්න අටකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (අ) $\begin{bmatrix} x+2 & 3 & 3 \\ 3 & x+4 & 5 \\ 3 & 5 & x+4 \end{bmatrix} = 0$ සමීකරණයෙහි $x = 1$ මූලයක් බව පෙන්වන්න.

අනෙක් මූල සොයන්න.

(ආ)
$$\begin{aligned} x + y + \lambda z &= 4\lambda \\ x + \lambda y + z &= -2 \\ 2x + y + z &= -2 \end{aligned}$$

සමීකරණ පද්ධතිය සලකන්න. $\lambda = 2$ වන විට අනන්‍ය විසඳුමක් ඇති බව ද, $\lambda = 1$ වන විට විසඳුමක් නැති බව ද පෙන්වන්න.

$\lambda = 0$ වන විට කුමක් වේ ද?

2. වෙළඳපොලේ X සහ Y යනුවෙන් පොහොර වර්ග දෙකක් ඇත. X පොහොර මල්ලක A පෝෂක ඒකක 7 ක් ද, B ඒකක 2 ක් ද C ඒකක 2 ක් ද D ඒකක 1 ක් ද අඩංගු වන අතර මල්ලක මිල රු. 300 ක් වේ. Y පොහොර මල්ලක A ඒකක 2 ක් ද B ඒකක 3 ක් ද C ඒකක 1 ක් ද D ඒකක 3 ක් ද අඩංගු වන අතර මල්ලක මිල රු. 200 ක් වේ. එක්තරා ගොවි මහතෙකුගේ අවම පෝෂක අවශ්‍යතාවයන් A ඒකක 28 ක් ද B ඒකක 17 ක් ද, C ඒකක 11 ක් ද D ඒකක 10 ක් ද වේ.

වැය වන මුදල අවම වන පරිදි තම අවශ්‍යතාවයන් සපුරාලීමට ඔහු අදහස් කරයි. ඔහු කොපමණ X වර්ගයේ මලු සහ Y වර්ගයේ මලු මිල දී ගත යුතු ද? එමගින්, එක් එක් වර්ගයේ පෝෂක ඒකක කොපමණ ඔහුට ලැබේ ද?

3. (අ) $U_r = r(r+1)$ සහ $V_r = Ar^2 + Br + C$ වේ.

මෙහි r යනු ඍණ නොවන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි. ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය r සඳහා $U_r \equiv V_r - 3V_{r-1}$ වන පරිදි A, B, C තාත්වික නියත සොයන්න.

ඒ නයින්

$$\sum_{r=1}^{n} \frac{U_r}{3^r}$$ සොයන්න.

(ආ) ගණිතමය අභ්‍යුහන මූල ධර්මය භාවිතයෙන් ඕනෑම අනුගාමී ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා තුනක ඝනයන් හි ඓක්‍යය 9 න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

4. (අ) $E = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x - 2}$ ප්‍රකාශනය අර්ථ දක්වෙන පරිදි x හි තාත්ත්වික අගයයන් සොයන්න. තවද E ධන වන පරිදි x හි තාත්ත්වික අගයයන් සොයන්න.

(ආ) $|2x - 3| < x + 3$ අසමානතාවය විසඳන්න.

(ඇ)

$$x \geq 0 \ , \ y \geq 0$$
$$2x - y + 4 \geq 0$$
$$x + y - 7 \leq 0$$
$$3x + 2y - 18 \leq 0$$

අසමානතා පද්ධතියෙහි විසඳුම් කුලකය ප්‍රස්ථාරගත කරන්න.

5. (අ) කාර්යාල සේවිකාවක් සතුව හැට්ට 7 ක් සහ සාය 8 ක් ඇත. හැට්ට අතුරින් 3 ක් රතු, 2 ක් කොළ සහ 2 ක් නිල් පැහැයේ වේ. සාය අතුරින් 2 ක් රතු ,3 ක් කොළ, 2 ක් නිල් සහ 1 ක් කහ පැහැයේ වේ. ඇය කොළ සහ රතු හෝ රතු සහ නිල් හෝ අඳින්නේ නැත. ආකාර කීයකින් ඇයට සුදුසු හැට්ට සහ සාය යුගලයක් තෝරා ගත හැකි ද?

(ආ) සංඛ්‍යාවක සංඛ්‍යාංක පුනරාවර්තනය කිරීමට හෝ සංඛ්‍යාවේ මුල් සංඛ්‍යාංකය 0 වීමට හෝ ඉඩ නොදෙන්නේ නම් 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 සහ 9 යන සංඛ්‍යාංක දහය භාවිතයෙන් සංඛ්‍යාංක හතරෙහි සංඛ්‍යා කොපමණ සෑදිය හැකි ද? මෙම සංඛ්‍යා අතුරින් කීයක් 5 න් බෙදෙයි ද, කීයක් 4 න් බෙදෙයි ද යන වග සොයන්න.

6. ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය දර්ශකයක් සඳහා ද්විපද ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

(අ) $\left(3^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{2}}\right)^9$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ සාධාරණ පදය ලියා, පූර්ණ සංඛ්‍යාවන සියලු පද සොයන්න.

(ආ) දී තිබෙන n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් සඳහා $(1 + 2x)^n = 1 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n$ ලෙස ගනිමු.

(i) $\dfrac{a_{r+1}}{a_{r-1}} = 4$ නම්, n ඉරට්ටේ ද, $r = \dfrac{n}{2}$ ද බව

(ii) n ඉරට්ටේ නම්, $a_2 + a_4 + \ldots + a_{n-2} + a_n = \dfrac{1}{2}\ (3^n - 1)$ බව

පෙන්වන්න.

7. (අ) x සහ y ධන ද $log_4 (xy) = 6$ තෘප්ත කරන්නේ ද නම්

$log_2 x + log_2 y = 12$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයින්

$$log_4 (xy) = 6$$

$$(log_2 x)\ log_2 y) = 32$$

සමීකරණ පද්ධතිය විසඳන්න.

(ආ) අවස්ථා එක එකක දී x හි ආරෝහණ බල වලින් යුත් (i) e^{-3x} (ii) $(1 + 2x)^{-1}$ හි ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණවල මුල් පද තුන ලියා දක්වන්න.

ඒනයින් x හි ආරෝහණ බල වලින් යුත් $(1 + 2x)^{-1}\ e^{-3x}$ හි ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණයේ මුල් පද තුන සොයන්න.

8. (අ) $0 < |x| < a$ සඳහා $f(x) = \ln\left(\frac{x + \sqrt{a^2 - x^2}}{x}\right)$ වේ. මෙහි a යනු ධන නියතයකි.

$f'(x) = \frac{-a}{x\sqrt{a^2 - x^2}}$ බව සාධනය කරන්න.

$\int_0^3 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{24 - 2x - x^2}} = \frac{1}{5}\ln\left(\frac{5 + 2\sqrt{6}}{2}\right)$ බව අපෝහනය කරන්න.

(ආ) එක්තරා P ජනගහනයක වැඩීමේ සීඝ්‍රතාවය $\frac{dP}{dt} = \frac{1}{25\,000}P(1000 - P)$ මඟින් පාලනය වේ. මෙහි t අවුරුදු වලින් මැන ඇත.

ආරම්භක ජනගහනය 100 නම් අවුරුදු 10 කට පසු ජනගහනය සොයන්න.

[$\frac{dt}{dP} = \frac{1}{\frac{dP}{dt}}$ බව ඔබට උපකල්පනය කළ හැක.]

9. (අ) ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.
$x^3 + 3px + q$ හි $(x-a)^2$ සාධකයක් නම් එහි අනෙක් සාධකය $x + 2a$ බව ද, $q^2 + 4p^3 = 0$ බව ද පෙන්වන්න.

(ආ) සිම්සන් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.
සමාන පළලින් යුත් ප්‍රාන්තර හයක් භාවිත කර සිම්සන් නීතිය මඟින්

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 5\sin x\, dx$ හි ආසන්න අගයක් සොයන්න.

[$\sin\frac{\pi}{12} + \cos\frac{\pi}{12} = 1{\cdot}2247$ බවද $\sqrt{2} = 1{\cdot}4142$ සහ $\sqrt{3} = 1{\cdot}7321$ බවද උපකල්පනය කළ හැක.]

10. (අ) $A(1, 2)$ සහ $B(3, 2)$ විෂ්කම්භයක අන්ත ලෙස ඇති වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
$y = mx + 1$ රේඛාව ඉහත සඳහන් වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වීම සඳහා ගත යුතු අගය දෙක කවරේ ද?
එම ස්පර්ශක දෙක අතර සුළු කෝණයෙහි කෝසයිනය ද සොයන්න.

(ආ) A, B, C ලක්ෂ්‍යවල ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක පිළිවෙළින් $(0, 0)$, $\left(\lambda, \frac{\pi}{2}\right)$, $(4, \alpha)$ වේ.
ABC සම පාද ත්‍රිකෝණයක් වන්නේ නම් λ හි අගය ද α හි අගය ද සොයන්න.
α සුළු කෝණයක් වන විට A, B සහ C හරහා යන වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රයේ ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

11. a සහ b යනු තාත්ත්වික නියත වේ.
$a\cos x + b\sin x$ යන්න a සහ b ඇසුරෙන් R සහ α දෙමින් $R\sin(x + \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) $c^2 \leq a^2 + b^2$ නම් a, b සහ c තාත්ත්වික නියත වූ $a\cos x + b\sin x = c$ සමීකරණයට x සඳහා තාත්ත්වික විසඳුම් තිබෙන බව අපෝහනය කරන්න.
$2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 2\cos x$ විසඳන්න.

(ii) $|\cos^2 x + 4\sin x\cos x - 3\sin^2 x + 1| \leq 2\sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

12. (අ) එක්තරා රෝගයකින් පෙළෙන රෝගියෙකුට සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතාව 0·8 වේ. පුද්ගලයින් 10 කට මෙම රෝගය වැළඳී ඇති බව දන්නේ නම්,

(i) හරියටම 6 දෙනෙකුට සුවය ලැබීමේ

(ii) 6 කට හෝ අඩු එහෙත් 8 කට නොවැඩි දෙනෙකුට සුවය ලැබීමේ
සම්භාවිතාව කුමක් ද?

(ආ) එක්තරා නගරයක වාර්ෂික වර්ෂාපතනය, මධ්‍යන්‍යය 800 mm ද සම්මත අපගමනය 100 mm ද සහිත ව ප්‍රමත ලෙස ව්‍යාප්ත වී ඇතැයි උපකල්පනය කරනු ලැබේ.

දී තිබෙන වර්ෂයක එම නගරයේ වාර්ෂික වර්ෂාපතනය

(i) 750 mm ට අඩු වීමේ

(ii) 750 mm සහ 900 mm අතර පැවැත්මේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

[z සසම්භාවී විචල්‍යයට සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් ඇත්නම් $P(0 < z < 0{\cdot}5) = 0{\cdot}1915$ බව ද

$P(0 < z < 1) = 0{\cdot}3413$ බව ද උපකල්පනය කළ හැක.]

එකිනෙක වර්ෂවල වර්ෂාපතන ස්වායත්ත යැයි උපකල්පනය කර අනුයාත වර්ෂ දෙකක වාර්ෂික වර්ෂාපතන 750 mm ට අඩු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.